

УДК 621.771.63

Пузырь Р. Г.
Троцко О. В.
Черкащенко В. Ю.

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗАГОТОВКИ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРИ РАЗДАЧЕ КОНИЧЕСКИМИ ПУАНСОНАМИ

При производстве ободьев колес транспортных средств из листовой стальной заготовки технологический процесс включает в себя кроме переходов радиально-ротационного профилирования операцию раздачи цилиндрической заготовки коническими пуансонами (рис. 1).

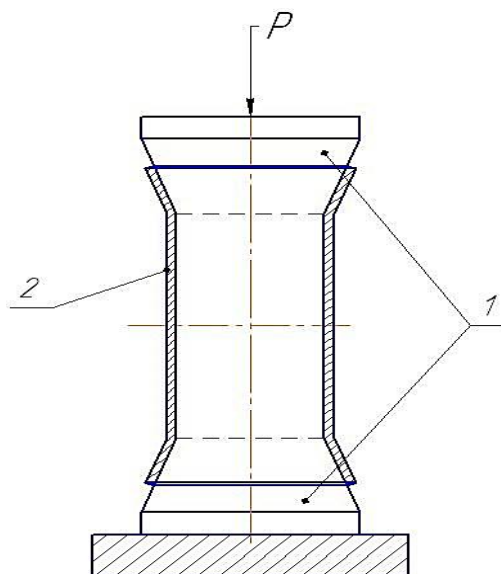


Рис. 1. Раздача (осадка) цилиндрической заготовки:
1 – пуансоны; 2 – заготовка

Угол конуса обычно составляет $25\text{--}35^\circ$, используемая смазка – машинное масло. Как показывают исследования [1, 2] наибольшую степень деформации полуфабрикат получает на первом переходе профилирования, что приводит к недопустимому утонению в угловых зонах, соединяющих центральный ручей с боковыми полками. Для уменьшения интенсивности деформирования на последующих переходах профилирования с целью обеспечения минимальной разнотолщинности обода следует увеличивать степень деформации при раздаче заготовки. Но увеличение степени деформирования при раздаче заготовки обычно сопровождается увеличением усилий, недопустимым утонением краевой части заготовки и потерей устойчивости с образованием кольцевой складки [3].

Целью работы является исследование напряженно-деформированного состояния заготовки при раздаче коническими пуансонами с учетом геометрических свойств цилиндрических заготовок, условий, приводящих к потере устойчивости заготовки.

Изучению напряженно-деформированного состояния при раздаче посвящено большое количество работ Е. А. Попова, М. В. Сторожева, А. А. Ильюшина и других исследователей [3, 4, 5, 6], где показано влияние коэффициента трения на допустимый коэффициент раздачи, упрочнения материала на усилие формообразования, применения различных вариантов и схем (раздача со сжатием и растяжением), устойчивость заготовки и др.

Рассмотрим равновесие элемента заготовки в процессе деформирования, и так как заготовка обладает симметрией, то для анализа воспользуемся верхней частью сечения (рис. 1).

Для анализа поля напряжений контактного конического участка используют уравнение равновесия при осесимметричном деформировании для плоского напряженного состояния [3]:

$$\rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta (1 + \mu \operatorname{tg} \alpha) = 0, \quad (1)$$

где σ_ρ и σ_θ – нормальные напряжения, действующие в меридиональном и широтном направлениях;

μ – коэффициент трения;

ρ – текущий радиус;

α – угол конусности пуансона;

Условие пластичности по гипотезе максимальных касательных напряжений:

$$\sigma_\theta - \sigma_\rho = \sigma_s,$$

где σ_s – напряжение текучести.

Совместное решение уравнения равновесия и уравнения пластичности, а также отыскание постоянной интегрирования из граничных условий $\sigma_\rho = 0$ при $\rho = R_u$ позволяет определить меридиональные напряжения, действующие в очаге деформации [3]:

$$\sigma_\rho = -\sigma_s \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\mu} \right) \left[1 - \left(\frac{\rho}{R_u} \right)^{\frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha}} \right]. \quad (2)$$

Для третьего участка деформации учет изгиба и спрямления элементов заготовки определяется по формуле:

$$M = \frac{1}{4} \sigma_s s^2, \quad (3)$$

где s – толщина заготовки, что увеличивает меридиональные напряжения на выходе из очага деформации.

При раздате деформирование заготовки ограничивается коэффициентом раздачи, который можно увеличить путем увеличения коэффициента трения между заготовкой и инструментом, но при этом увеличивается усилие и вероятность потери устойчивости [3]. Потеря устойчивости заготовки вблизи участка свободного изгиба объясняется действием изгибающих моментов на границе этого участка. В результате образуется кольцевая волна, имеющая тот же знак кривизны в меридиональном сечении, что и на участке свободного изгиба.

Поэтому третий участок ввиду малой его протяженности можно рассматривать как цилиндрический и применять для анализа поля напряжений уравнения теории цилиндрических оболочек (рис. 2).

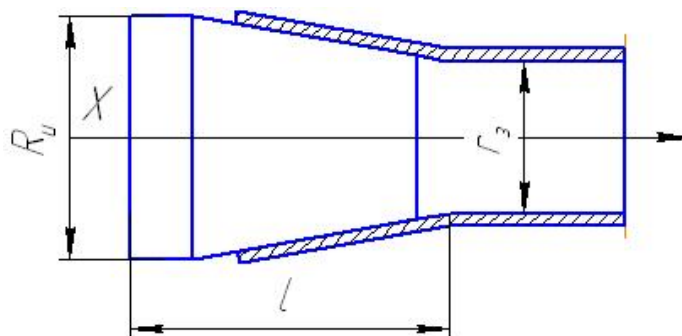


Рис. 2. Схема деформирования цилиндрической заготовки

Дифференциальное уравнения равновесия элемента заготовки при осесимметричной деформации было получено А. А. Ильюшиным [5]:

$$\frac{d^4 \bar{w}}{d\bar{x}^4} + 4\bar{w} = \bar{p} + \lambda \delta t + \lambda \frac{d^2 \delta m}{d\bar{x}^2}, \quad (4)$$

где $\bar{w} = \frac{w}{ae_s}$;

w – радиальное перемещение элемента оболочки;

a – радиус заготовки;

e_s – деформация пропорциональная пределу текучести;

\bar{p} – контактное давление;

λ – показатель упрочнения материала;

δt – вариация безразмерного усилия;

δm – вариация безразмерного момента в меридиональном направлении;

$\bar{x} = \frac{x\sqrt{3}}{\sqrt{2ah}}$;

h – толщина заготовки.

Приближенным решением данного уравнения [5] можно назвать такое, при котором вариации сил и моментов тождественно равны нулю $\delta t = 0$, $\delta m = 0$ и отсутствует поверхностная нагрузка, так как третий участок не соприкасается с инструментом, тогда получаем следующее уравнение:

$$\frac{d^4 \bar{w}}{d\bar{x}^4} + 4\bar{w} = 0. \quad (5)$$

Подставляя обозначения для \bar{x} и \bar{w} , найдем:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4 \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2ah}} w = 0. \quad (6)$$

Решение однородного уравнения (6) ищем в виде:

$$w = Ce^{kx}. \quad (7)$$

Подставив эту функцию в левую часть уравнения (6), получим характеристическое уравнение:

$$k^4 + 4\beta^4 = 0, \quad (8)$$

где $\beta = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2ah}}$, из которого найдем:

$$k = \sqrt[4]{-4\beta^4}.$$

Общее решение однородного уравнения (6) имеет вид:

$$w = C_1 e^{(\beta + \beta i)x} + C_2 e^{(-\beta + \beta i)x} + C_3 e^{(-\beta - \beta i)x} + C_4 e^{(\beta - \beta i)x} \quad (9)$$

или

$$w = e^{-\beta x} (C_2 e^{i\beta x} + C_3 e^{-i\beta x}) + e^{\beta x} (C_1 e^{i\beta x} + C_4 e^{-i\beta x}), \quad (10)$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 – постоянные интегрирования (комплексные).

Заменяем показательные функции на тригонометрические, тогда выражение (10) примет вид:

$$w = e^{-\beta x} (A_1 \sin \beta x + A_2 \cos \beta x) + e^{\beta x} (A_3 \sin \beta x + A_4 \cos \beta x) + \bar{w},$$

где A_1, A_2, A_3, A_4 – новые постоянные (действительные).

Первое слагаемое, содержащее множитель $e^{-\beta x}$, с увеличением x быстро затухает. Второе слагаемое, содержащее множитель x , наоборот, быстро возрастает. Учитывая, что радиальные перемещения w при больших значениях x должны оставаться конечными и малыми, можно заключить, что постоянные A_3, A_4 должны быть очень малы. В области, расположенной вблизи от начала координат, вторым слагаемым можно пренебречь, тогда:

$$w' = e^{-\beta x} (A_1 \sin \beta x + A_2 \cos \beta x), \quad (11)$$

где A_1 и A_2 – постоянные, определяемые по граничным условиям при $x=0$.

В таком виде функция w пригодна для области, расположенной около края при $x=0$.

Для области находящейся около второго края второе слагаемое не может быть отброшено, так как множитель $e^{-\beta x}$ принимает очень большие значения.

Однако для второго края можно выбрать новое начало координат, расположив его на втором торце оболочки и направив ось OX в противоположную сторону. Тогда можно снова воспользоваться выражением (11) и, определив новые постоянные, получить функцию w для области, расположенной около второго края оболочки.

Формула (2) для определения напряжений, действующих в меридиональном направлении, была получена на основе уравнения равновесия (1), которое получено проектированием сил, действующих на бесконечно малый элемент, на направления, касательные к срединной поверхности и на перпендикуляр к этой же поверхности. Найдем распределение напряжений на участке свободного изгиба, но при этом силы будем рассматривать также в цилиндрических координатах, но проектировать на оси X и r . При совмещении оси r с биссектрисой угла $d\theta$ были получены следующие уравнения [7]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} r + \tau_{xr} + \frac{\partial \tau_{xr}}{\partial r} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} r + \frac{\partial \tau_{rx}}{\partial x} r + (\sigma_r - \sigma_\theta) &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь σ_x суть σ_ρ в формуле (1) – т. е. меридиональные напряжения; σ_r – напряжения, действующие по нормали к поверхности заготовки, а так как схема напряженного состояния при раздаче близка к схеме плоского напряженного состояния [3], то можно принять $\sigma_r = 0$. Тогда получим следующее уравнения равновесия, с использованием ранее приведенного условия пластичности:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} r + \tau_{xr} + (\sigma_s - \sigma_\rho) = 0. \quad (13)$$

Можно принять, что напряжение τ_{xr} не зависит от координаты X и ввиду малости толщины заготовки по сравнению с другими элементами заготовки определяется условием Амонтона-Кулона $\tau_{zr} = \tau_k = \mu \sigma_k$. Для участка свободного изгиба $\mu = 0$, тогда:

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial x} r + (\sigma_s - \sigma_\rho) = 0. \quad (14)$$

Получающееся при этом интегральное уравнение имеет вид:

$$\frac{d\sigma_\rho}{(\sigma_\rho - \sigma_s)} = \frac{dx}{r}. \quad (15)$$

Интегрирование этого уравнения приводит к выражению:

$$\sigma_\rho = C e^{-\frac{x}{\rho}} - \sigma_s. \quad (16)$$

Разлагая экспоненциальную функцию в ряд, получим:

$$\sigma_\rho = C \left(1 - \frac{x}{\rho} \right) - \sigma_s. \quad (17)$$

Постоянную интегрирования находим из условия равенства меридиональных напряжений на границе двух участков – контактного и свободного изгиба при $r = r_3$ и $x = l$:

$$C = \frac{\sigma_s \left[1 - \left(1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \left(\frac{R_u}{r_3} - 1 \right) \right]}{1 - \frac{l}{r_3}}. \quad (18)$$

Тогда напряжения σ_ρ и σ_θ на участке свободного изгиба будут равны:

$$\sigma_\rho = \sigma_s \left(\frac{\left[1 - \left(1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \left(\frac{R_u}{r_3} - 1 \right) \right]}{1 - \frac{l}{r_3}} \left(1 - \frac{x}{\rho} \right) - 1 \right); \quad (19)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_s \left(\frac{\left[1 - \left(1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \left(\frac{R_u}{r_3} - 1 \right) \right]}{1 - \frac{l}{r_3}} \left(1 - \frac{x}{\rho} \right) \right). \quad (20)$$

Найдем прогиб в конце третьего участка в направлении радиуса заготовки, который появляется при действии выше полученных напряжений. Известно [5], что тангенциальная деформация равна $\varepsilon_\theta = \frac{w}{R}$, где w – прогиб заготовки в направлении радиуса. Из связи напряжений и деформаций по деформационной теории пластичности при плоском напряженном состоянии:

$$\varepsilon_\theta = \frac{\varepsilon_i}{2\sigma_i} (2\sigma_\theta - \sigma_\rho), \quad (21)$$

где при отсутствии упрочнения материала и, исходя из принятого закона пластичности, можно принять $\sigma_s = \sigma_i$ и $e_i = \frac{\sigma_s}{E}$, тогда:

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{2E} (2\sigma_\theta - \sigma_\rho) = \frac{w}{R}. \quad (22)$$

Для прогиба получим следующее выражение, используя зависимости (19), (20) и (22):

$$w'' = \frac{\sigma_s}{E} \left(\frac{\left[1 - \left(1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \left(\frac{R_u}{r_3} - 1 \right) \right]}{1 - \frac{l}{r_3}} \left(1 - \frac{x}{\rho} \right) - 1 \right). \quad (23)$$

Сумма решения безмоментного состояния и краевого эффекта даст следующее решение в конце третьего участка с координатой $l - x$, где l – длина конусной части пуансона:

$$w = w' + w'' = e^{-\beta x} (A_1 \sin \beta x + A_2 \cos \beta x) + \frac{\sigma_s}{E} \left(\frac{\left[1 - \left(1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \left(\frac{R_u}{r_3} - 1 \right) \right]}{1 - \frac{l}{r_3}} \left(1 - \frac{x}{\rho} \right) - 1 \right). \quad (24)$$

Постоянные интегрирования A_1 и A_2 находим из граничных условий, где надо положить ввиду малости протяженности третьего участка при $x = l$ $w = 0$; $\frac{dw}{dx} = 0$; $\rho = r_3$, отсюда:

$$A_2 = -\frac{\sigma_s}{E} \left(\left[1 - \left(1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \left(\frac{R_u}{r_3} - 1 \right) \right] - 1 \right);$$

$$A_1 = \frac{\sigma_s}{E} \left(\left[1 - \left(1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \left(\frac{R_u}{r_3} - 1 \right) \right] \left(1 + \frac{1}{\beta(r_3 - l)} \right) - 1 \right).$$

Подставляем значения постоянных в уравнение (24) и получаем значение прогиба с учетом изгибающего момента:

$$w = \frac{\sigma_s}{E} \left(\frac{\left[1 - \left(1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \left(\frac{R_u}{r_3} - 1 \right) \right]}{r_3 - l} (r_3 - x) - 1 \right) +$$

$$+ e^{\beta(l-x)} \left(\frac{\sigma_s}{E} \left(\left[1 - \left(1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \left(\frac{R_u}{r_3} - 1 \right) \right] \left(1 + \frac{1}{\beta(r_3 - l)} \right) - 1 \right) \cos \beta(l-x) - \right.$$

$$\left. - \frac{\sigma_s}{E} \left(\left[1 - \left(1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \left(\frac{R_u}{r_3} - 1 \right) \right] - 1 \right) \sin \beta(l-x) \right). \quad (25)$$

Прогиб при $x = l$ будет:

$$w = \frac{\sigma_s}{E} \left(1 - \left(1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \left(\frac{R_u}{r_3} - 1 \right) \left(2 + \frac{1}{\beta(r_3 - l)} \right) - 2 \right). \quad (26)$$

Изгибающий момент, действующий в меридиональном направлении на участке свободного изгиба, равен [5]:

$$M = -\frac{d^2 w}{dx^2} kD,$$

где k – отношение модуля Кармана к модулю Юнга, приближенно можно принять $k \approx 1$; D – цилиндрическая жесткость оболочки.

Тогда дифференцируя выражение (25) для прогиба дважды получим:

$$M = -e^{\beta(l-x)} \frac{2\sigma_s}{E} D \left(\left(\left[1 - \left(1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \left(\frac{R_u}{r_3} - 1 \right) \right] \left(1 + \frac{1}{\beta(r_3 - l)} \right) - 1 \right) \cos \beta(l-x) + \right. \\ \left. + \left(\left[1 - \left(1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \left(\frac{R_u}{r_3} - 1 \right) \right] - 1 \right) \sin \beta(l-x) \right). \quad (27)$$

Величина момента при $x = l$, т. е. на участке свободного изгиба равна:

$$M = -\frac{2\sigma_s}{E} D \left(\left[1 - \left(1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \left(\frac{R_u}{r_3} - 1 \right) \right] \left(1 + \frac{1}{\beta(r_3 - l)} \right) - 1 \right). \quad (28)$$

Учитывая, что $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ окончательно получим:

$$M = -\frac{\sigma_s h^3}{6(1-\nu^2)} \left(\left[1 - \left(1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \left(\frac{R_u}{r_3} - 1 \right) \right] \left(1 + \frac{1}{\beta(r_3 - l)} \right) - 1 \right), \quad (29)$$

где ν – коэффициент Пуассона;

h – толщина заготовки.

Нас интересуют значения момента за участком свободного изгиба, там, где происходит образование продольной складки с потерей устойчивости заготовки. Как видно из выражения (27) распределение момента по длине заготовки зависит от двух характерных для оболочек величин β и D и носит волновой затухающий характер. На рис. 3 изображена эпюра распределения момента по длине заготовки при $R_u = 80$ мм; $r_3 = 55$ мм; $\alpha = 30^\circ$; $\mu = 0,3$; $h = 3$ мм; $\sigma_s = 40$ кгс/мм².

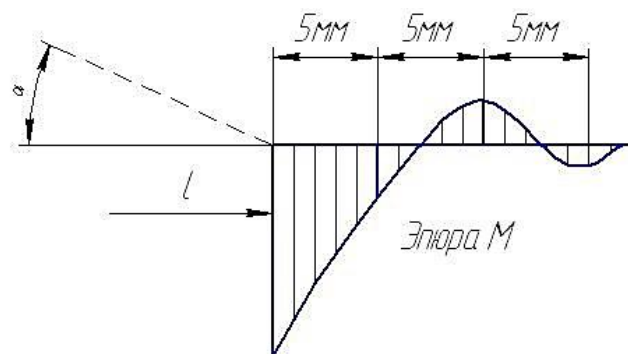


Рис. 3. Эпюра распределения момента вдоль образующей цилиндрической поверхности

ВЫВОДЫ

Потеря устойчивости заготовки во время раздачи вблизи участка свободного изгиба объясняется действием изгибающих моментов на границе этого участка, способствующих увеличению диаметра заготовки. На их величину значительное влияние оказывает геометрия инструмента (угол конуса пуансона), условия трения на контактном участке между инструментом и заготовкой и геометрические характеристики оболочки β и D . Варьируя этими параметрами, можно добиться увеличения степени деформации на операции раздачи.

Данное исследование показало, что момент, действующий на участке свободного изгиба, оказывает влияние на возникновение продольной складки, однако моментная нагрузка носит быстро затухающий характер. Это подтверждено теоретическими исследованиями некоторых частных задач [5], в которых было обнаружено, что указанный процесс в оболочках носит, кроме того, и колебательный характер. Функции, описывающие такие процессы, имеют вид $e^{-kx} f(x)$, где $f(x)$ – ограниченная периодическая функция. Сомножитель e^{-kx} определяет быстроту затухания.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Драгобецкий В. В. Учет влияния изменения толщины листовой заготовки в процессе деформирования / В. В. Драгобецкий, А. А. Зюков, А. Д. Коноваленко // *Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету : наукові праці КДПУ. – Кременчук : КДПУ, 2005. – Вип. 2 (31). – С. 61–62.*
2. Производство высокоэффективного металлопроката : монография / [Чигиринский В. В., Мазур В. Л., Бергман Г. В. и др.]; под ред. В. В. Чигиринского. – Днепропетровськ : РВА «Дніпро-ВАЛ», 2006. – 262 с.
3. Попов Е. А. Основы теории листовой штамповки / Е. А. Попов. – М. : Машиностроение, 1977. – 278 с.
4. Сторожев М. В. Теория обработки металлов давлением / М. В. Сторожев, Е. А. Попов. – М. : Машиностроение, 1977. – 423 с.
5. Ильюшин А. А. Пластичность. Упругопластические деформации. Ч. 1 / А. А. Ильюшин. – М. : ОГИЗ, 1948. – 377 с.
6. Шофман Л. А. Элементы теории холодной штамповки / Л. А. Шофман. – М. : Оборонгиз, 1952. – 335 с.
7. Громов Н. П. Теория обработки металлов давлением / Н. П. Громов. – М. : Металлургия, 1978. – 360 с.

Пузырь Р. Г. – канд. техн. наук, доц. КрНУ им. М. Остроградского;
Троцко О. В. – канд. техн. наук, доц. КрНУ им. М. Остроградского;
Черкащенко В. Ю. – аспирант КрНУ им. М. Остроградского.

КрНУ – Кременчугский национальный университет им. М. Остроградского, г. Кременчуг.

E-mail: pudik-r@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 10.10.2012 г.